

行列式解二元一次方程式

壹、行列式

定義與求值

定義：
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

例如：
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 5$$

用行列式解二元一次方程式

方程式組為：
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

其解如下：
$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

貳、解題練習

買賣問題

1. 鉛筆一枝 13 元，原子筆一枝 35 元，森雄買了 x 枝鉛筆和 y 枝原子筆。他付了 500 元，問可以找回多少元？
2. 皮包的售價分成兩種：雙肩背的每個 300 元，斜背式的每個 250 元。媽媽共買了 10 個皮包，結帳時，店員將兩種價目看反了，結果使得媽媽多付了 100 元。設雙肩皮包買 x 個，斜背皮包買 y 個，依題意列出二元一次方程組。
3. 美華的媽媽買水果，蓮霧一斤的價格是橘子一斤價格的 2 倍。若各買 10 斤，總價差 150 元，求蓮霧和橘子一斤的價格。
4. 美華的媽媽買 80 元一斤的蓮霧和 15 元一斤的柳丁，一共買了 10 斤，且買蓮霧的錢比買柳丁的錢多 40 元，求蓮霧和柳丁購買的斤數。
5. 廷聰的爸爸帶了 800 元到市場買水果，如果他買 9 個蘋果、8 個芒果，則剩下 30 元；如果他買了 8 個蘋果、10 個芒果，則剛好把錢用完。求蘋果和芒果的單價。
6. 餐飲店販售的餐盒，有每個售價 50 元的排骨餐盒與每個 60 元的雞排餐盒兩種。某日，老闆賣了 280 個餐盒，共收款 13,500 元。老闆懷疑收款可能不對，你可以幫老闆解開他的疑惑嗎？

二位數問題

7. 一個二位數的十位數字為 x ，個位數字為 y ，問此數如何用 x 、 y 來表示？
8. 設 x 、 y 是整數，且是方程式 $3x + 2y = 100$ 的解，若 x 大於 20，且小於 30，則 (x, y) 共有幾組解？
9. 已知一個二位數的十位數字與個位數字的和為 8，且個位數字和十位數字調換後比原數大 36。試依題意列出二元一次聯立方程式。
10. 一個二位數的十位數字為 x ，個位數字為 y ，將 x 、 y 調換後，所得的新數比原數小 36，請依題意列出二元一次方程式。

航行問題

11. 一船在河中航行，該船在靜水中的時速加上水流的時速稱為該船的順流時速，靜水中的時速減水流的時速稱為逆流時速。若該船的順流時速為 12 公里，逆流時速為 8 公里。設船在靜水中的時速為 x 公里，水流時速為 y 公里，請依題意列出二元一次聯立方程式。
12. 一艘船在河中行駛，已知其順流時速為 14 公里，逆流時速為 10 公里，則水流時速以及船在靜水中的時速各為每小時多少公里？
13. 甲、乙兩船行駛在河中，若甲船在靜水的時速為 70 公里，且其順流時速是乙船順流時速的 2 倍，逆流時速是乙船逆流時速的 3 倍，求乙船在靜水中的時速，以及河水每小時的流速。

跑步問題

14. 甲乙兩人跑步，甲每分鐘跑 x 公尺，乙每分鐘跑 y 公尺。若甲在 5 分鐘內比乙多跑 200 公尺，請依題意列出二元一次方程式。
15. 甲、乙比賽跑步，甲的速度是乙的 1.5 倍。若乙先跑 100 公尺，甲再開始追趕，1 分鐘後甲超前乙 20 公尺，求甲、乙兩人每秒各跑多少公尺？

其他問題

16. 協力車出租店有 x 輛的雙人協力車， y 輛三人協力車，問這些協力車最多可供多少人騎乘？
17. 某次海底地震引起的海嘯，以每小時 600 公里的速度移動。若某一海島離地震中心 x 公里，若 y 小時後海嘯尚未抵達此海島，這時海嘯離此海島有多遠？
18. 姊姊與妹妹各有數張大頭貼。已知妹妹給姊姊 10 張後，姊姊的張數就是妹妹的 2 倍；若姊姊給妹妹 10 張，兩人的張數就一樣多。設姊姊的張數為 x 張，妹妹的張數為 y 張，依題意列出二元一次方程組。
19. 50 人參加測驗，解甲、乙兩題。結果每個人至少答對一題，同時答對甲、乙兩題的有 16 人。已知答對甲題的人數比答對乙題的多 22 人。問答對甲題的有幾人？答對乙題的有幾人？
20. 有一個周長為 140 公分的白色長方形，現若把長邊加長 10 公分，寬邊加長 6 公分，所得的新長方形，其面積會增加 600 平方公分，求原長方形的面積。