

第一冊

主題二 指數律與科學記號

重點

1. 運算規則：

$$\text{加法交換律：} a + b = b + a$$

$$\text{加法結合律：} (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$\text{乘法交換律：} a \times b = b \times a$$

$$\text{乘法結合律：} (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

$$\text{分配律：} a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

$$(a - b) \times c = a \times c - b \times c$$

2. 指數： a^m 表示 m 個 a 連乘(m 為正整數)

$$a^m \times a^n = a^{(m+n)} \quad (m、n \text{ 為正整數，} a > 0)$$

$$a^m \div a^n = a^{(m-n)} \quad (m > n, m、n \text{ 為正整數，} a > 0)$$

PART 1：主題探索窗

探索一：加法交換律： $a + b = b + a$

範例1

2+3是否與3+2相等？

$$\text{解：} 2+3=5$$

$$3+2=5$$

$$2+3=3+2$$

2+3與3+2的計算結果相同

兩數相加，位置交換的計算結果相同，我們可以用符號表示為 $a + b = b + a$ ，這個運算規則稱為加法交換律。

練習1

5+7是否與7+5相等？

範例2

2-3是否與3-2相等？

$$\text{解：} 2-3=-1$$

$$3-2=1$$

2-3與3-2的計算結果不同。減法沒有交換律。

練習2

5-7是否與7-5相等？

探索二：加法結合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$

三數連加時，可先加前兩數，再與第三數相加；也可以先加後兩數，再與第一數相加，結果相同。

範例3

$(4+6)+3$ 是否與 $4+(6+3)$ 相等？

解： $(4+6)+3=10+3=13$

$$4+(6+3)=4+9=13$$

$(4+6)+3$ 與 $4+(6+3)$ 的計算結果相同，因此可表為 $4+6+3$ ，允許前兩項先相加或後兩項先相加皆可。當三數連加的時候，前二數的和與第三數相加的結果，等於前一數與後面兩數的和相加的結果。用符號表示為 $(a+b)+c=a+(b+c)$ ，這個運算規則稱為加法結合律。三數連減時，是否有此特性？

練習3

$(7+6)+8$ 是否與 $7+(6+8)$ 相等？

範例4

$(16-4)-3$ 是否與 $16-(4-3)$ 相等？

解： $(16-4)-3=12-3=9$

$$16-(4-3)=16-1=15$$

$(16-4)-3$ 與 $16-(4-3)$ 的計算結果不同，所以不可表為 $16-4-3$ 。

練習4

$(7-6)-8$ 是否與 $7-(6-8)$ 相等？

範例5

計算 $4+7+3=?$

解：我們的計算策略有前兩項先相加或後兩項先相加。

$$4+7=11, 11+3=14$$

$$7+3=10, 10+4=14。$$

練習5

計算 (1) $2+8+4=$

(2) $2+6+4=$

範例6

計算 $3+4+7=?$

解： $3+4+7=3+7+4=10+4=14$

練習6

計算 $2+6+8=?$

範例7

計算 $1+2+5+6++3+4+7+8+9=?$

解： $1+2+5+6++3+4+7+8+9$
 $=1+9+2+8+5+4+6+3+7$
 $=10+10+5+10+10$
 $=20+5+20$
 $=25+20$
 $=45$

練習7

計算 $2+6+4+3+8=?$

探索三：乘法交換律： $axb=bxa$

範例8

2×3 是否與 3×2 相等？

解： $2\times 3=6$
 $3\times 2=6$
 $2\times 3=3\times 2$

2×3 與 3×2 的計算結果相同。

兩數相乘，位置交換的計算結果相同，‘我們可以用符號表示為 $axb=bxa$ ，這個運算規則稱為乘法交換律。

練習8

5×7 是否與 7×5 相等？

範例9

$2\div 4$ 是否與 $4\div 2$ 相等？

解： $2\div 4=0.5$
 $4\div 2=2$

$2\div 3$ 與 $3\div 2$ 的計算結果不同。除法沒有交換律。

練習9

$5\div 7$ 是否與 $7\div 5$ 相等？

探索四：乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ **範例10**

$(4 \times 6) \times 3$ 是否與 $4 \times (6 \times 3)$ 相等？

解： $(4 \times 6) \times 3 = 24 \times 3 = 72$

$$4 \times (6 \times 3) = 4 \times 18 = 72$$

$(4 \times 6) \times 3$ 與 $4 \times (6 \times 3)$ 的計算結果相同，因此可表為 $4 \times 6 \times 3$ ，允許前兩項先相乘或後兩項先相乘皆可。當三數連乘的時候，前二數的乘與第三數相乘的結果，等於前一數與後面兩數的乘相乘的結果。用符號表示為 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ，這個運算規則稱為乘法結合律。

連除時是否有此特性？

練習10

$(7 \times 6) \times 8$ 是否與 $7 \times (6 \times 8)$ 相等？

範例11

$(16 \div 4) \div 2$ 是否與 $16 \div (4 \div 2)$ 相等？

解： $(16 \div 4) \div 2 = 4 \div 2 = 2$

$$16 \div (4 \div 2) = 16 \div 2 = 8$$

$(16 \div 4) \div 2$ 與 $16 \div (4 \div 2)$ 的計算結果不同，所以不可表為 $16 \div 4 \div 2$ 。

練習11

$(7 \div 6) \div 8$ 是否與 $7 \div (6 \div 8)$ 相等？

範例12

計算 $3 \times 4 \times 5 =$

解：我們的計算策略有前兩項先相乘或後兩項先相乘。

$$3 \times 4 = 12, 12 \times 5 = 60$$

$$4 \times 5 = 20, 3 \times 20 = 60$$

練習12

計算 (1) $8 \times 5 \times 9 =$

$$(2) 7 \times 5 \times 6 =$$

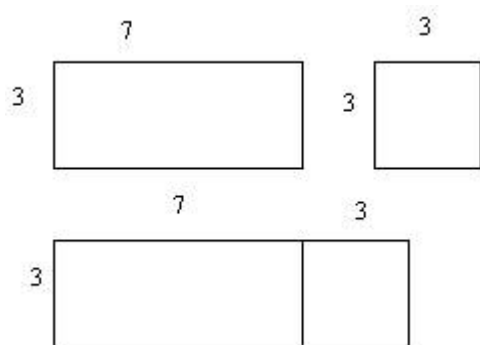
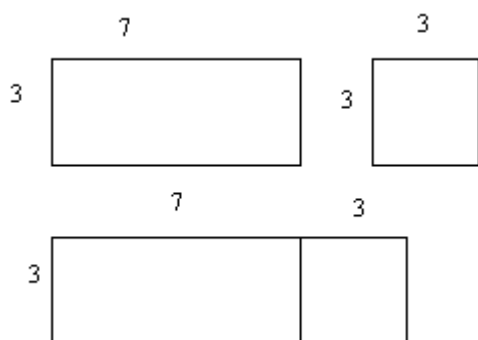
範例13

計算 $4 \times 3 \times 5 = ?$

解： $4 \times 3 \times 5 = 4 \times 5 \times 3 = 20 \times 3 = 60$

練習13

計算 $8 \times 7 \times 5 =$

範例14計算 $4 \times 0 = ?$ 解： $4 \times 0 = 0$ **練習14**計算 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 0 =$ 分配律： $ax(b+c) = axb + axc$ $(a+b)xc = axc + bxc$ $ax(b-c) = axb - axc$ $(a-b)xc = axc - bxc$ **探索五：** $(a+b)xc = axc + bxc$ **範例15**矩形 3×7 與矩形 3×3 面積和與矩形 3×10 面積是否相等？解： $3 \times 7 + 3 \times 3 = 21 + 9 = 30$ 矩形 3×7 與矩形 3×3 移至一起，面積和 $3 \times (7+3) = 3 \times 10 = 30$ **練習15**矩形 8×7 與矩形 8×3 面積和與矩形 8×10 面積是否相等？**範例16**矩形 3×7 與矩形 3×3 面積和與矩形 3×10 面積是否相等？

解：表格處理

$$\begin{array}{c}
 7 \quad 3 \\
 3 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline 21 & 9 \\ \hline \end{array}} \\
 21+9=30
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 3+7=10 \\
 3 \quad \boxed{30}
 \end{array}$$

練習16

矩形 8×7 與矩形 8×3 面積和與矩形 8×10 面積是否相等？(表格處理)

探索六： $(a-b)xc = axc - bxc$ **範例17**

矩形 37×8 與矩形 7×8 面積差與矩形 30×8 面積是否相等？

$$\text{解： } 37 \times 8 - 7 \times 8 = 296 - 56 = 240$$

$$(37-7) \times 8 = 30 \times 8 = 240$$

$$37 \times 8 - 7 \times 8 = (37-7) \times 8$$

練習17

矩形 57×8 與矩形 7×8 面積差與矩形 50×8 面積是否相等？

範例18

97×8 以 $(a+b)xc = axc + bxc$ 與 $(a-b)xc = axc - bxc$ 表達

$$\text{解： } 97 \times 8 = (90+7) \times 8 = 90 \times 8 + 7 \times 8 = 720 + 56 = 776$$

$$97 \times 8 = (100-3) \times 8 = 100 \times 8 - 3 \times 8 = 800 - 24 = 776$$

因此97要分成兩數相加或相減隨個人感覺作決定，亦是多元思考。

練習18

99×7 以 $(a+b)xc = axc + bxc$ 與 $(a-b)xc = axc - bxc$ 表達

範例19

計算 23×7

$$\text{解：} 23 \times 7 = (20+3) \times 7 = 20 \times 7 + 3 \times 7 = 140 + 21 = 161$$

練習19

$$\text{計算 } 32 \times 7 =$$

範例20

$$\text{計算 } 23 \times 7 + 37 \times 7 =$$

$$\text{解：} 23 \times 7 + 37 \times 7 = (23+37) \times 7 = 60 \times 7 = 420$$

$$23+37=60$$

7	420
---	-----

練習20

$$\text{計算 } 32 \times 7 + 48 \times 7 =$$

範例21

$$\text{計算 } 19 \times 7$$

$$\text{解：} 19 \times 7 = (20-1) \times 7 = 20 \times 7 - 1 \times 7 = 140 - 7 = 133$$

$$20 \quad -1$$

7	140	-7
---	-----	----

$$140 - 7 = 133$$

練習21

$$\text{計算 } 97 \times 6 =$$

範例22

$$\text{計算 } 37 \times 7 - 17 \times 7$$

$$\text{解：} 37 \times 7 - 17 \times 7 = (37-17) \times 7 = 20 \times 7 = 140$$

$$37-17=20$$

7	140
---	-----

練習22

$$\text{計算 } 123 \times 6 - 23 \times 6 =$$

PART 2：學習檢測站

選擇：

() 1. $4+7=(A)7-4$ (B) 7×4 (C) $7+4$ (D) $7 \div 4$

() 2. $4 \times 7=(A)7-4$ (B) 7×4 (C) $7+4$ (D) $7 \div 4$

() 3. 下列何者合乎結合律(A) $3-7-4$ (B) $3 \div 7 \div 4$ (C) $3 \times 7 \times 4$

填充：

$$1. 12+23+37=12+(\quad)=\quad$$

$$2. 13+26+37=13+\quad+\quad=\quad+\quad=\quad$$

$$3. 13\times 34\times 15=13\times(\quad)=\quad$$

$$4. 15\times 37\times 4=15\times\quad\times\quad=\quad\times\quad=\quad$$

$$5. 3\times 14+17\times 14=(\quad+\quad)\times 14=\quad\times 14=\quad$$

$$6. 23\times 15-16\times 15=(\quad-\quad)\times 15=\quad\times 15=\quad$$

$$7. 197\times 68=(200-\quad)\times 68=\quad-\quad=\quad$$

$$8. 47\times 8=(\quad+\quad)\times 8=\quad\times 8+\quad\times 8$$

$$=\quad+\quad=\quad$$

$$9. 47\times 8=(\quad-\quad)\times 8$$

$$=\quad\times 8-\quad\times 8$$

$$=\quad-\quad$$

$$=\quad$$

計算下列式子的值

$$(1) 4+6+7=$$

$$(2) 4+7+3=$$

$$(3) 7.8+9.2+13=$$

$$(4) 34+56+78=$$

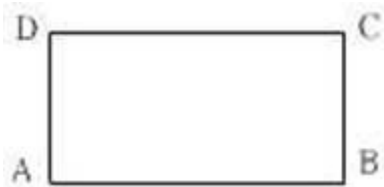
$$(5) 34+47+53=$$

$$(6) 12+34+66+78=$$

$$(7) 4+7+6=$$

$$(8) 37+45+53=$$

題目一：在矩形的邊上行走，長為5公尺，寬為3公尺，由A點走至C點，經D點的距離是幾公尺？經B點的距離是幾公尺？哪一種走法較近？



探索一：指數

指數： a^m 表示 m 個 a 連乘(m 為正整數)

$2+2+2+2+2+2$ 是 6個2連加記為 6×2 ，當有很多同一數相加的簡便記法，當

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ 是 6個2連乘記為 2^6 ，當有很多同一數相乘的簡便記法，讀作「二的六次方」，2稱為底數，6稱為指數。

範例1

計算下列各式的值

(1) 3^4

(2) $(-3)^4$

(3) -3^4

解：

(1) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 9 = 81$

(2) $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times 9 = 81$

(3) $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -9 \times 9 = -81$

練習1

(1) 5^4

(2) $(-5)^4$

(3) -5^4

指數律

探索二： $a^{m+n} = a^m \times a^n$

$$1000 \times 100 = 10^3 \times 10^2$$

$$1000 \times 100 = 100000 = 10^5$$

$$10^5 = 10^3 \times 10^2 = 10^{3+2}$$

$$10000 \times 1000 = 10^4 \times 10^3$$

$$10000 \times 1000 = 10000000 = 10^7$$

$$10^7 = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3}$$

你觀察上面兩個運算有那種關係存在？

$$10^{m+n} = 10^m \times 10^n$$

$$\text{因此 } a^{m+n} = a^m \times a^n$$

範例2

$$10^5 \times 10^6 = ?$$

$$\text{解： } 10^5 \times 10^6 = 10^{5+6} = 10^{11}$$

練習2

$$2^3 \times 2^4 =$$

探索三： $a^{m-n} = a^m \div a^n$ ， $m > n$

$$1000 \div 100 = 10^3 \div 10^2$$

$$1000 \div 100 = 10 = 10^1$$

$$10^1 = 10^3 \div 10^2 = 10^{3-2}$$

你觀察兩個運算有那種關係存在？

$$10^{m-n} = 10^m \div 10^n$$

$$\text{因此 } a^{m-n} = a^m \div a^n$$

範例3

$$10^5 \div 10^2 = ?$$

$$\text{解： } 10^5 \div 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$$

練習3

$$2^7 \div 2^4 =$$

探索四： $(axb)^m = a^m \times b^m$

$$(4 \times 5)^3 = (4 \times 5) (4 \times 5) (4 \times 5) = 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 4^3 \times 5^3$$

$$(7 \times 5)^2 = (7 \times 5) (7 \times 5) = 7 \times 7 \times 5 \times 5 = 7^2 \times 5^2$$

你觀察兩個運算有那種關係存在？

$$(axb)^m = a^m \times b^m$$

範例4

$$3^2 \times 2^2 =$$

$$\text{解：} 3^2 \times 2^2 = (3 \times 2)^2 = 6^2$$

練習4

$$2^4 \times 3^4 =$$

探索五： $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$(4^3)^2 = (4^3) (4^3) = 4^{3+3} = 4^6$$

$$(3^4)^3 = (3^4) (3^4) (3^4) = 3^{4+4+4} \times (3^4) = 3^8 \times (3^4) = 3^{8+4} = 3^{12}$$

你觀察兩個運算有那種關係存在？

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

範例5

$$(5^4)^3 =$$

$$\text{解：} (5^4)^3 = 5^{4 \times 3} = 5^{12}$$

練習5

$$(2^4)^3 =$$

探索六： $a^0 = 1, a \neq 0$

$$2^3 \div 2^3 = 2^{3-3} = 2^0$$

$$2^3 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1$$

規定 $a^0 = 1, a \neq 0$

範例6

$$3^0 =$$

$$\text{解：} 3^0 = 1$$

練習6

$$4^0 =$$

探索七： $a^{-1} = \frac{1}{a}, a \neq 0$

範例7

試說明 $\frac{1}{2} = 2^{-1}$

$$\text{解：} 2^2 \div 2^3 = \frac{2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$2^2 \div 2^3 = 2^{2-3} = 2^{-1}$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}, a \neq 0$$

練習7

試說明 $\frac{1}{10} = 10^{-1}$

探索八： $a^{m-n} = a^m \div a^n$ ， $m < n$ **範例8**

試說明 $2^2 \div 2^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2^{-3}$

解：

$$2^2 \div 2^5 = \frac{2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = (2^{-1})^3 = 2^{-3}$$

練習8

試說明 $10^2 \div 10^5 = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 10^{-3}$

探索九：科學記號

以「 $a \times 10^n$ 」表示一個數的形式，其中 n 為整數， a 大於或等於 1 且小於 10， $a \times 10^n$ 是這數的科學記號表示法。

範例9

以科學記號表示下列各數

(1) 2300 萬

(2) 0.0000234

(3) $\frac{25}{10000}$

解：

(1) 2300 萬 = 23000000 = 2.3×10^7 ，2 的後面有 7 個位數

(2) 0.0000234 = 2.34×10^{-5} ，小數點後 5 個是 2 個位數

(3) $\frac{25}{10000} = 25 \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-3}$

練習9

以 10 的次方表示數

(1) 1 億 2 千萬

(2) 0.00234

(3) $\frac{567}{10000000}$

範例10

以科學記號表示下列各數

(1) 30000

(2) 459000

(3) 0.00023

(4) $\frac{987}{10000000}$

解：(1) $30000=3\times 10000=3\times 10^4$

(2) $459000=4.59\times 100000=4.59\times 10^5$

(3) $0.00023=2.3\times 10^{-4}$

(4) $\frac{987}{10000000}=987\times 10^{-7}=9.87\times 10^{-5}$

練習10

以科學記號表示下列各數

(1) 5000

(2) 5900

(3) 0.000123

(4) $\frac{58}{100000}$

範例11

1天有24小時，1小時有60分鐘，1分鐘有60秒，問7天有多少秒？

解： $7\times 24\times 60\times 60=604800=6.048\times 10^5$

答： 6.048×10^5 秒

練習11

1天有24小時，1小時有60分鐘，1分鐘有60秒，1年365天問7年有多少秒？

探索十：科學記號的乘除運算**範例12**

計算下列各數以科學記號表示

(1) 300×90000

(2) 400×5000

(3) $400\div 5000$

解：

$$(1) 300 \times 90000 = 3 \times 10^2 \times 9 \times 10^4 = 27 \times 10^{2+4} = 2.7 \times 10^1 \times 10^6 = 2.7 \times 10^7$$

$$300 \times 90000 = 27000000 = 2.7 \times 10^7$$

$$(2) 400 \times 5000 = 4 \times 10^2 \times 5 \times 10^3 = 20 \times 10^{2+3} = 2 \times 10^1 \times 10^5 = 2 \times 10^{1+5} = 2 \times 10^6$$

$$400 \times 5000 = 2000000 = 2.0 \times 10^6$$

$$(3) 400 \div 5000 = 4 \times 10^2 \div 5 \times 10^3 = 0.8 \times 10^{2-3} = 8 \times 10^{-1} \times 10^{-1} = 8 \times 10^{(-1)+(-1)} = 8 \times 10^{-2}$$

$$400 \div 5000 = 4 \div 50 = 0.08 = 8.0 \times 10^{-2}$$

練習12

計算下列各數以科學記號表示

(1) 300×70000

(2) 400×15000

(3) $200 \div 80000$

範例13 應用問題

地球與太陽的距離約1億5千萬公里，光速 3×10^8 公尺/秒，問發射鐳射至太陽再反射回來需多少時間？

解：1億5千萬公里=150,000,000公里= $1.5 \times 10^8 \times 10^3$ 公尺= 1.5×10^{11} 公尺

$$2 \times 1.5 \times 10^{11} \div 3 \times 10^8 = 1 \times 10^3 (\text{秒})$$

答： 1×10^3 秒

練習13

一個電子的帶電量約為 1.6×10^{-19} 庫侖， 6.4×10^{-7} 庫侖有多少個電子的帶電量？

範例14

1公尺長度對折幾次會到奈米的長度？

$$\text{解：} (1/2)^{10} = 1/1024 \doteq 10^{-3}$$

$$((1/2)^{10})^3 \doteq (10^{-3})^3 = 10^{-9}$$

$$((1/2)^{10})^3 = (1/2)^{30}$$

對折30次

PART 2：學習檢測站

指數

選擇：

() $1.32 = 2^a$ ，則 $a =$ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

() 2. $a = 2^4 + 2^3$, 則 $a =$ (A) 11 (B) 2^7 (C) 3×2^3 (D) $3 \times 2 \times 3$

() 3. $a = 2^4 \times 2^3$, 則 $a =$ (A) 11 (B) 2^7 (C) 3×2^3 (D) 2^{12}

() 4. $a = 2^5 \div 2^2$, 則 $a =$ (A) 6 (B) 2^7 (C) 2^3 (D) 2^{10}

() 5. 下列敘述何者正確？

(A) $3^2 - (-3)^2 = 0$

(B) $(-2)^3 + (-2^3) = 0$

(C) $(-3)^2 - (-3^2) = 0$

(D) $2^4 - (-2^4) = 0$

() 6. (甲) $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ (乙) 6 個 3 的連乘積可記為 6^3 (丙)

$3^4 = 4^3$ (丁) $2^5 = 2 \times 5 = 10$ (戊) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$; 上列五式中正確的

為？ (A) 甲、乙 (B) 乙、丁 (C) 甲、戊 (D) 乙、戊。

() 7. 求 $(-3^2) + (-4)^3 - (-5)^4$ 之值 = (A) -698 (B) 552 (C) -38 (D) -680

填充：

1. $3^5 \times 3^6 = 3^a$, 則 $a =$ _____

2. $2^6 \div 2^5 = 2^a$, 則 $a =$ _____

3. $2^3 \times 3^3 = a^3$, 則 $a =$ _____

4. $2^4 \times 2^5 \div 2^8 = 2^a$, $a =$ _____

5. $4^2 + 5^0 + 6^0 + 7^1 + 8^0 + 9^0 + 10^1 =$ _____

6. 計算 $(-4^2) + (-3)^3 - 4 =$ _____。

計算：

1. 求下列計算的值

(1) $4^3 + 3^3 =$

(2) $5^2 - 2^4 =$

(3) $4^3 \times 5^2 =$

(4) $8^3 \div 2^2 =$

(5) $5^3 \times 2^4 =$

(6) $2^3 \times 2^4 \div 2^5 =$

$$(7) 3^2 \times 2^3 \div 6^2 =$$

2. 請將答案以指數表達

$$3^2 + 4^2 =$$

3. 化下式為指數型態

$$15 \times 25 \times 35 \times 45 \times 55 =$$

科學記號

1. 下面哪一個是12340000的科學記號表示方式？

(A) 1234×10^4 (B) 1.234×10^7 (C) 123.4×10^5 (D) 1.234×10^4

2. 將下列數字以科學記號表示

(1) 12000 (2) 0.012 (3) $12/10000$

3. $A = 1.2 \times 10^5$, $B = 6 \times 10^2$, 求 $A \times B$, $A \div B$, $B \div A$

4. 光速 3×10^8 公尺/秒，光走1年（365日）的距離以科學記號表示

5. 750奈米長的蛋白質，是多少米？

6. 一電子帶電量 1.6×10^{-19} 庫倫，810000個電子的帶電量為多少庫倫？

交換律結合律分配律參考答案：

1. $5 + 7$ 與 $7 + 5$ 相等

2. $5 - 7$ 與 $7 - 5$ 不相等

3. $(7 + 6) + 8$ 與 $7 + (6 + 8)$ 相等

4. $(7 - 6) - 8$ 與 $7 - (6 - 8)$ 不相等

5. (1) 14 (2) 12

6. 16

7. 23

8. 5×7 與 7×5 相等

9. $5 \div 7$ 與 $7 \div 5$ 不相等

10. $(7 \times 6) \times 8$ 與 $7 \times (6 \times 8)$ 相等

11. $(7 \div 6) \div 8$ 與 $7 \div (6 \div 8)$ 不相等

12. (1) 360 (2) 210

13. 280

14. 0

15. 矩形 8×7 與矩形 8×3 面積和與矩形 8×10 面積相等16. 矩形 8×7 與矩形 8×3 面積和與矩形 8×10 面積相等17. 矩形 57×8 與矩形 7×8 面積差與矩形 50×8 面積相等18. $99 \times 7 = (90 + 9) \times 7 = 90 \times 7 + 9 \times 7 = 630 + 63 = 693$

$$99 \times 7 = (100 - 1) \times 7 = 100 \times 7 - 1 \times 7 = 700 - 7 = 693$$

19. 224

20. 560

21. 582

22. 600

part2

參考答案：

選擇題

(1) C (2) B (3) C

填充

1. $12 + 23 + 37 = 12 + (60) = 72$

2. $13 + 26 + 37 = 13 + 37 + 26 = 50 + 26 = 76$

3. $13 \times 34 \times 15 = 13 \times (510) = 6630$

4. $15 \times 37 \times 4 = 15 \times 4 \times 37 = 60 \times 37 = 2220$

5. $3 \times 14 + 17 \times 14 = (3 + 17) \times 14 = 20 \times 14 = 280$

6. $23 \times 15 - 16 \times 15 = (23 - 16) \times 15 = 7 \times 15 = 105$

7. $197 \times 68 = (200 - 3) \times 68 = 13600 - 204 = 13396$

8. $47 \times 8 = (40 + 7) \times 8 = 40 \times 8 + 7 \times 8$

$$= 320 + 56 = 376$$

9. $47 \times 8 = (50 - 3) \times 8$

$$= 50 \times 8 - 3 \times 8$$

$$= 400 - 24$$

$$= 376$$

計算

(1) 17 (2) 14 (3) 30 (4) 168 (5) 134 (6) 190 (7) 17 (8) 135

問題一：15公尺，15公尺，兩種走法一樣長

part3

參考答案：

問題一

1. $(3+2) \div (4+1) = 1$ 等

2.

$$(2+3) \div (4+1) = 1$$

$$(3+2) \div (1+4) = 1$$

$$(2+3) \div (1+4) = 1$$

$$(3+2) \div (4+1) = 1$$

$$(4+1) \div (3+2) = 1$$

$$(4+1) \div (2+3) = 1$$

$$(1+4) \div (3+2) = 1$$

$$(1+4) \div (2+3) = 1$$

3.

$$(2+3) \div (4+1) = 1$$

$$(2+3) \div (1+4) = 1$$

2種解法用加法交換律

$$(4-3) \times (2-1) = 1$$

$$(2-1) \times (4-3) = 1$$

2種解法用乘法交換律

4.

$$(1) 1 \times 1 = 1$$

↓ ↓

$$(2+3-4) \times 1 = 1$$

$$(3+2-4) \times 1 = 1$$

$$1 \times (2+3-4) = 1$$

$$1 \times (3+2-4) = 1$$

4種解法用乘法交換律和加法交換律

$$(3-(4-2)) \times 1 = 1$$

$$(3-(4 \div 2)) \times 1 = 1$$

$$(2-(4-3)) \times 1 = 1$$

$$1 \times (3-(4-2)) = 1$$

$$1 \times (3-(4 \div 2)) = 1$$

$$1 \times (2-(4-3)) = 1$$

2種解法用乘法交換律

$$(4-3)\times(2-1)=1$$

$$(2-1)\times(4-3)=1$$

2種解法用乘法交換律

5.

$$(1)1\div 1=1$$

$$(2+3-4)\div 1=1$$

$$(3+2-4)\div 1=1$$

$$1\div(2+3-4)=1$$

$$1\div(3+2-4)=1$$

4種解法用加法交換律

$$(3-(4-2))\div 1=1$$

$$(3-(4\div 2))\div 1=1$$

$$(2-(4-3))\div 1=1$$

$$1\div(3-(4-2))=1$$

$$1\div(3-(4\div 2))=1$$

$$1\div(2-(4-3))=1$$

2種解法用乘法交換律

$$(4-3)\div(2-1)=1$$

$$(2-1)\div(4-3)=1$$

2種解法

$$(2)2\div 2=1$$

$$(3-1)\div(4-2)=1$$

$$(4-2)\div(3-1)=1$$

$$(1+4-3)\div 2=1$$

$$(4+1-3)\div 2=1$$

$$2\div(1+4-3)=1$$

$$2\div(4+1-3)=1$$

$$(4-3+1)\div 2=1$$

$$2\div(4-3+1)=1$$

$$(3)3\div 3=1$$

$$(4+1-2)\div 3=1$$

$$3\div(4+1-2)=1$$

$$(1+4-2)\div 3=1$$

$$3\div(1+4-2)=1$$

$$(4)4\div 4=1$$

$$(2+3-1)\div 4=1$$

$$(3+2-1)\div 4=1$$

$$4\div(2+3-1)=1$$

$$4\div(3+2-1)=1$$

$$(2-1+3)\div 4=1$$

$$4\div(2-1+3)=1$$

$$(3-1+2)\div 4=1$$

$$4\div(3-1+2)=1$$

$$(5)5\div 5=1$$

$$(2+3)\div(4+1)=1$$

$$(2+3)\div(1+4)=1$$

$$(3+2)\div(4+1)=1$$

$$(3+2)\div(1+4)=1$$

$$(4+1)\div(3+2)=1$$

$$(4+1)\div(2+3)=1$$

$$(1+4)\div(3+2)=1$$

$$(1+4)\div(2+3)=1$$

$$(6)2-1=1$$

$$(4+2)\div 3-1=1$$

$$(2+4)\div 3-1=1$$

$$(2\times 3-4)-1=1$$

$$(3\times 2-4)-1=1$$

$$2\div(4-3)-1=1$$

$$2\div 1-(4-3)=1$$

$$2-(4-3)\times 1=1$$

$$2-1\times(4-3)=1$$

$$2-(4-3)\div 1=1$$

$$2-1\times(4-3)=1$$

$$2-1\div(4-3)=1$$

$$(7)3-2=1$$

$$3-(4\times 1-2)=1$$

$$3-(1\times 4-2)=1$$

$$3\times 1-(4\div 2)=1$$

$$1\times 3-(4\div 2)=1$$

$$3\div 1-(4\div 2)=1$$

$$(8)4-3=1$$

$$4\times(2-1)-3=1$$

$$(2-1) \times 4 - 3 = 1$$

$$4 - 3 \div (2-1) = 1$$

$$4 - 3 \times (2-1) = 1$$

$$(9) 5 - 4 = 1$$

$$(2+3) \times 1 - 4 = 1$$

$$(3+2) \times 1 - 4 = 1$$

$$1 \times (2+3) - 4 = 1$$

$$1 \times (3+2) - 4 = 1$$

$$3 \times 1 + 2 - 4 = 1$$

$$1 \times 3 + 2 - 4 = 1$$

$$2 + 3 \times 1 - 4 = 1$$

$$2 + 1 \times 3 - 4 = 1$$

$$3 + 2 \times 1 - 4 = 1$$

$$3 + 1 \times 2 - 4 = 1$$

$$2 \times 1 + 3 - 4 = 1$$

$$1 \times 2 + 3 - 4 = 1$$

$$3 + 2 - 4 \times 1 = 1$$

$$3 + 2 - 1 \times 4 = 1$$

$$2 + 3 - 4 \times 1 = 1$$

$$2 + 3 - 1 \times 4 = 1$$

$$(10) 6 - 5 = 1$$

$$3 \times 2 - (1+4) = 1$$

$$2 \times 3 - (1+4) = 1$$

$$3 \times 2 - (4+1) = 1$$

$$2 \times 3 - (4+1) = 1$$

6.

2, 3, 4 組合得 1 有

$$3 + 2 - 4 = 1$$

$$2 + 3 - 4 = 1$$

$$3 - 4 \div 2 = 1$$

$$3 - (4 - 2) = 1$$

$$2 - (4 - 3) = 1$$

加入 $\times 1$, $\div 1$

$$(1) 3 + 2 - 4 = 1 \quad \times 1$$

$$(3 + 2 - 4) \times 1 = 1$$

$$1 \times (3+2-4) = 1$$

$$(3+2) \times 1 - 4 = 1$$

$$1 \times (3+2) - 4 = 1$$

$$3 \times 1 + 2 - 4 = 1$$

$$1 \times 3 + 2 - 4 = 1$$

$$3 + 2 \times 1 - 4 = 1$$

$$3 + 1 \times 2 - 4 = 1$$

$$3 + 2 - 4 \times 1 = 1$$

$$3 + 2 - 1 \times 4 = 1$$

10種

$$(2) 2+3-4=1 \quad \times 1$$

10種

$$(3) 3-4 \div 2=1 \quad \times 1$$

$$3 \times 1 - 4 \div 2 = 1$$

$$3 - 4 \times 1 \div 2 = 1$$

$$3 - 4 \div (2 \times 1) = 1$$

$$3 - (4 \div 2) \times 1 = 1$$

$$(3 - 4 \div 2) \times 1 = 1$$

5種

乘交換 5種

$$(4) 3-(4-2)=1$$

$$3 \times 1 - 4 - 2 = 1$$

$$3 - 4 \times 1 - 2 = 1$$

$$3 - 4 - (2 \times 1) = 1$$

$$3 - (4 - 2) \times 1 = 1$$

$$(3 - 4 - 2) \times 1 = 1$$

5種

乘交換 5種

$$(5) 2-(4-3)=1$$

$$2 \times 1 - (4 - 3) = 1$$

$$2 - (4 \times 1 - 3) = 1$$

$$2 - (4 - 3 \times 1) = 1$$

$$(2 - (4 - 3)) \times 1 = 1$$

$$(2 - (4 - 3) \times 1) = 1$$

5種

乘交換 5種

$$(6) 3+2-4=1 \quad \div 1$$

$$3 \div 1 + 2 - 4 = 1$$

$$3 + 2 \div 1 - 4 = 1$$

$$3 + 2 - 4 \div 1 = 1$$

$$(3 + 2 - 4) \div 1 = 1$$

$$(3 + 2) \div 1 - 4 = 1$$

5種

$$1 \div (3 + 2 - 4) = 1 \quad 1種$$

$$(7) 2+3-4=1$$

6種

$$(8) 3-4 \div 2=1$$

$$3 \div 1 - 4 \div 2 = 1$$

$$3 - 4 \div 1 \div 2 = 1$$

$$3 - 4 \div (2 \div 1) = 1$$

$$3 - (4 \div 2) \div 1 = 1$$

$$(3 - 4 \div 2) \div 1 = 1$$

5種

$$1 \div (3 - 4 \div 2) = 1 \quad 1種$$

$$(9) 3-(4-2)=1$$

6種

$$(10) 2-(4-3)=1$$

$$2 \div 1 - (4 - 3) = 1$$

$$2 - (4 \div 1 - 3) = 1$$

$$2 - (4 - 3 \div 1) = 1$$

$$2 - ((4 - 3) \div 1) = 1$$

$$(2 - (4 - 3)) \div 1 = 1$$

5種

$$1 \div (2 - (4 - 3)) = 1$$

$$2 - (1 \div (4 - 3)) = 1$$

2種

$$5 \times 10 + 6 \times 4 + 7 = 50 + 24 + 7 = 81種$$

$$(11) 2, 3, 4組成得2$$

$$2 \div (4 - 3) - 1 = 1$$

$$2 \times (4 - 3) - 1 = 1$$

$$(4 - 3) \times 2 - 1 = 1$$

3種

$$(1) 3+2-4=1 \quad \times 1$$

$$(3+2-4) \times 1=1$$

$$1 \times (3+2-4)=1$$

$$(3+2) \times 1-4=1$$

$$1 \times (3+2)-4=1$$

$$3 \times 1+2-4=1$$

$$1 \times 3+2-4=1$$

$$3+2 \times 1-4=1$$

$$3+1 \times 2-4=1$$

$$3+2-4 \times 1=1$$

$$3+2-1 \times 4=1$$

10種

$$(2) 2+3-4=1 \quad \times 1$$

10種

$$(3) 3-4 \div 2=1 \quad \times 1$$

$$3 \times 1-4 \div 2=1$$

$$3-4 \times 1 \div 2=1$$

$$3-4 \div (2 \times 1)=1$$

$$3-(4 \div 2) \times 1=1$$

$$(3-4 \div 2) \times 1=1$$

5種

乘交換 5種

$$(4) 3-(4-2)=1$$

$$3 \times 1-4-2=1$$

$$3-4 \times 1-2=1$$

$$3-4-(2 \times 1)=1$$

$$3-(4-2) \times 1=1$$

$$(3-4-2) \times 1=1$$

5種

乘交換 5種

$$(5) 2-(4-3)=1$$

$$2 \times 1-(4-3)=1$$

$$2-(4 \times 1-3)=1$$

$$2-(4-3 \times 1)=1$$

$$(2-(4-3)) \times 1=1$$

$$(2-(4-3) \times 1) =1$$

5種

乘交換 5種

$$(6) 3+2-4=1 \quad \div 1$$

$$3 \div 1 + 2 - 4 = 1$$

$$3 + 2 \div 1 - 4 = 1$$

$$3 + 2 - 4 \div 1 = 1$$

$$(3+2-4) \div 1 = 1$$

$$(3+2) \div 1 - 4 = 1$$

5種

$$1 \div (3+2-4) = 1 \quad 1種$$

$$(7) 2+3-4=1$$

6種

$$(8) 3-4 \div 2=1$$

$$3 \div 1 - 4 \div 2 = 1$$

$$3 - 4 \div 1 \div 2 = 1$$

$$3 - 4 \div (2 \div 1) = 1$$

$$3 - (4 \div 2) \div 1 = 1$$

$$(3 - 4 \div 2) \div 1 = 1$$

5種

$$1 \div (3 - 4 \div 2) = 1 \quad 1種$$

$$(9) 3 - (4 - 2) = 1$$

6種

$$(10) 2 - (4 - 3) = 1$$

$$2 \div 1 - (4 - 3) = 1$$

$$2 - (4 \div 1 - 3) = 1$$

$$2 - (4 - 3 \div 1) = 1$$

$$2 - ((4 - 3) \div 1) = 1$$

$$(2 - (4 - 3)) \div 1 = 1$$

5種

$$1 \div (2 - (4 - 3)) = 1$$

$$2 - (1 \div (4 - 3)) = 1$$

2種

$$5 \times 10 + 6 \times 4 + 7 = 50 + 24 + 7 = 81種$$

$$(11) 2, 3, 4組 成 得 2$$

$$2 \div (4 - 3) - 1 = 1$$

$$2 \times (4 - 3) - 1 = 1$$

$$(4-3) \times 2 - 1 = 1$$

3種

問題二：作法一 $(3+4)/2 + (4+6)/2 + (6+3)/2 + (3+3)/2 = 63/2$

作法二 $4 \times (3+6)/2 + 3 \times (3+6)/2 = (4+3)(3+6)/2 = 7 \times 9/2 = 63/2$

作法三 $6 \times (3+4)/2 + 3 \times (3+4)/2 = (6+3)(3+4)/2 = 9 \times 7/2 = 63/2$

問題三：將所指那幾行的第一排的數字加起來即是答案

計算下列式子

(1)

解一：

$$\begin{aligned} & 1+12+23+34+45+56+67+78+89+90 \\ & = 1+89+12+78+23+67+34+56+45+90 \\ & = 90+90+90+90+45+90 \\ & = 5 \times 90 + 45 \\ & = 450 + 45 \\ & = 495 \end{aligned}$$

解二：

$$\begin{aligned} & 1+12+23+34+45+56+67+78+89+90 \\ & = \underline{1+90+89+12+78+23+67+34+56+45} \\ & = 91+91+91+91+91 \\ & = 5 \times 91 \\ & = 495 \end{aligned}$$

(2)

解一

$$\begin{aligned} & 142857+428571+285714+857142+571428+714285 \\ & = (1+4+2+8+5+7) \times 100000 + (1+4+2+8+5+7) \times 10000 + (1+4+2+8+5+7) \times 1000 + \\ & \quad (1+4+2+8+5+7) \times 100 + (1+4+2+8+5+7) \times 10 + (1+4+2+8+5+7) \times 1 \\ & = (1+4+2+8+5+7) \times (100000+10000+1000+100+10+1) \\ & = 27 \times 111111 = 2999997 \end{aligned}$$

解二

$$\begin{aligned} & 142857+428571+285714+857142+571428+714285 \\ & = 999999 \times (1/7+3/7+2/7+6/7+4/7+5/7) \\ & = 999999 \times (1+2+3+4+5+6)/7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &=999999 \times 21 / 7 \\
 &=999999 \times 3 \\
 &=2999997
 \end{aligned}$$

解三

$$\begin{aligned}
 &142857+428571+285714+857142+571428+714285 \\
 &=142857+857142+428571+571428+714285+285714 \\
 &=999999+999999+999999 \\
 &=999999 \times 3 \\
 &=(1000000-1) \times 3 \\
 &=3000000-3 \\
 &=2999997
 \end{aligned}$$

解四

$$\begin{aligned}
 &142857+428571+285714+857142+571428+714285 \\
 &=142857+\underline{428571+285714+714285}+\underline{857142+571428} \\
 &=142857+1428570+1428570 \\
 &=142857 \times (1+10+10) \\
 &=142857 \times 21 \\
 &=2999997
 \end{aligned}$$

解五

$$\begin{aligned}
 &142857+428571+285714+857142+571428+714285 \\
 &=142857+142857 \times 3+142857 \times 2+142857 \times 6+142857 \times 4+142857 \times 5 \\
 &=142857 \times (1+3+2+6+4+5) \\
 &=142857 \times 21 \\
 &=2999997
 \end{aligned}$$

解六

$$\begin{aligned}
 &142857+428571+285714+857142+571428+714285 \\
 &=111111+222222+444444+555555+777777+888888 =111111 \times (1+2+4+5+7+8) \\
 &=111111 \times 27 \\
 &=2999997
 \end{aligned}$$

指數參考答案

part1

1. (1)625(2)625(3)-625

2. 2^7

3. 2^3

4. 6^4

5. $2^4 \times 3 = 2^{12}$

6. 1

7. $10^2 \div 10^3 = \frac{10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10}$

$10^2 \div 10^3 = 10^{2-3} = 10^{-1}$

$\frac{1}{10} = 10^{-1}$

8. $10^2 \div 10^5 = \frac{10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = (10^{-1})^3 = 10^{-3}$

9. (1) 1.2×10^8 (2) 2.34×10^{-3} (3) 5.67×10^{-5}

10. (1) 5×10^3 (2) 5.9×10^3 (3) 5.8×10^{-4}

11. 2.2075×10^8 秒

12. (1) 2.1×10^7 (2) 6×10^6 (3) 2.5×10^{-3}

13. 4×10^{12} 個電子

part2

指數參考答案：

選擇

(1) C (2) C (3) B (4) C (5) A (6) C (7) A

填充

(1) 11 (2) 1 (3) 6 (4) 1 (5) 37 (6) -47

計算

1. (1) 91 (2) 9 (3) 1600 (4) 2^7 (5) 2000 (6) 2^2 (7) 2

2. 5^2

3. $3^3 \times 5^6 \times 7 \times 11$

科學記號參考答案：

1. : B

2. : (1) 1.2×10^4 (2) 1.2×10^{-2} (3) 1.2×10^{-3} 3. : $A \times B = 1.2 \times 10^5 \times 6 \times 10^2 = 7.2 \times 10^7$

$A \div B = 1.2 \times 10^5 \div (6 \times 10^2) = 0.2 \times 10^3 = 2 \times 10^2$

$$B \div A = 6 \times 10^2 \div (1.2 \times 10^5) = 5 \times 10^{-3}$$

$$4. : 3 \times 10^8 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 9.4608 \times 10^{15}$$

$$5. : 750 \times 10^{-9} = 7.5 \times 10^{-7} \text{ 米}$$

$$6. : 1.6 \times 10^{-19} \times 810000 = 129.6 \times 10^{-19} \times 10^4 = 129.6 \times 10^{-15} = 1.296 \times 10^{-13} \text{ 庫倫}$$

創用CC標示：

